

الاسم: بينم باسم  
الدرجة: 100  
المدة: ساعة ونصف

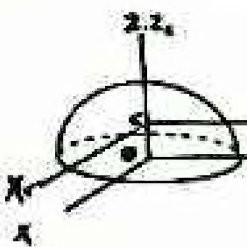
امتحان مقرر ميكانيك 2  
المدة الثلاثة

الفصل الدراسي الأول 2017-2018

جامعة البعث  
كلية العلوم  
قسم الرياضيات

السؤال الأول: (8 درجة)

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة التالية:



لدينا نصف كرة مصنوعة نصف قطرها  $R$  وكثافتها  $M$  كما في الشكل المجاور. إذا علمت أن عزم عطالة نصف الكرة بالنسبة لمحاور الجذلة المارة من مركز كتلتها  $CX_C Y_C Z_C$  هي:  $I_{x_c} = \frac{2}{5} MR^2, I_{y_c} = I_{z_c} = \frac{83}{320} MR^2$  فلان  $C(0, 0, \frac{3R}{8})$ :

$I_c = \frac{3}{5} MR^2$  (d)

$I_c = \frac{147}{320} MR^2$  (e)

$I_c = \frac{294}{320} MR^2$  (b)

$I_c = \frac{2}{5} MR^2$  (a)

2. عزم عطالة نصف الكرة بالنسبة للمحور  $OX$ :

$I_x = \frac{83}{320} MR^2$  (d)

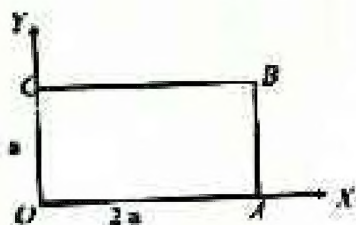
$I_x = \frac{1}{5} MR^2$  (c)

$I_x = \frac{3}{5} MR^2$  (b)

$I_x = \frac{128}{320} MR^2$  (a)

السؤال الثاني: (27 درجة)

لنكن لدينا صفحة مستطيلة متجانسة  $OABC$  طولها  $2a$  وعرضها  $a$  وكثافتها  $M$ . يفرض  $OXYZ$  جملة محاور قائمة ومتعامدة بحيث أن الضلع  $OA$  محمول على المحور  $OX$  والضلع  $OC$  محمول على المحور  $OY$  والمحور  $OZ$  عمودي على مستوي الصفحة المطلوب:



- أوجد عزم عطالة الصفحة بالنسبة لمركز الجملة  $O$ .
- أوجد عزم عطالة الصفحة بالنسبة للمحاور الإحداثية.
- أوجد عزم عطالة الصفحة بالنسبة للمستويات الإحداثية.
- أوجد عزم عطالة الصفحة بالنسبة لمحور  $\Delta$  يصنع مع المحور  $OX$  زاوية قدرها  $\frac{\pi}{3}$ .
- أوجد حجم العطالة للصفحة.

السؤال الثالث: (21 درجة)

اختر الإجابة الصحيحة لكل من الأسئلة التالية:

- إذا كانت  $S$  مجموعة مادية تتحقق من أجلها العلاقة التالية:  $\forall A, B \in S: \overline{V(A)} = \overline{V(B)}$  فلان هذا:
  - يقضي أن  $S$  قد تكون متماسكة وقد لا تكون
  - يقضي أن  $S$  غير متماسكة
  - يقضي أن  $S$  متماسكة
  - يقضي أن  $S$  متصلة

- إذا كانت  $S$  مجموعة مادية ومن أجلها يمكن تعريف دالة حقيقية  $f$  على  $S$  بالشكل: (مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$ ):  $f: S \rightarrow R$  فلان:
  - $S$  مجموعة مادية قابلة للعد
  - $S$  مجموعة غير متماسكة
  - $S$  مجموعة مادية متصلة
  - $S$  مجموعة مادية تشكل وسطاً متصلاً

- إذا كانت  $S$  مجموعة مادية متحركة و  $\forall A, B \in S: \overline{V(A)} = \overline{V(B)}$  فلان هذا:
  - لا يقضي أن  $S$  متماسكة
  - يقضي أن  $S$  متماسكة وحركتها مستوية
  - يكن أن  $S$  متماسكة وحركتها انحدابية
  - كل ما سبق صحيح

- إذا تحرك الجسم الصلب في  $R^3$  فلان وضعه يضمن بمعرفة:
  - سنة وسطاء غير مستقلة
  - سنة وسطاء مستقلة
  - ثلاثة وسطاء
  - تسعة وسطاء مستقلة

(c) التي عشر وسطاء مستقلة



5. إذا تحرك الجسم الصلب حركة انعطافية بدون فيورد إضافية في فضاء ما فإن وضعه يتعين بمعرفة:

- (a) وسطين (b) أربعة وسطاء (c) وسطاء مستقلة عددها يساوي عدد أبعاد الفضاء (d) ستة وسطاء (e) تسعة وسطاء مستقلة

6. إذا تحرك الجسم الصلب طليفاً في  $R^3$  وعلما وضع نقطة منه فإن وضع  $S$  يتعين بمعرفة:

- (a) ستة وسطاء مستقلة هي (إحداثيات نقطة منه وزوايا أولر الثلاثة) (b) بمعرفة نقطة ثانية (c) وسيط مستقل واحد (d) كل ما سبق صحيح (e) ثلاثة وسطاء مستقلة هي زوايا أولر

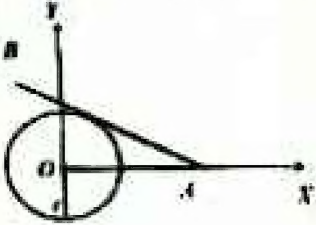
7. إذا ثبتنا من الجسم الصلب  $S$  نقطتين فإنه يتحرك:

- (a) علامة (b) انعطافية (c) دورانية حول نقطة منه (d) كل ما سبق صحيح (e) كل ما سبق خطأ

#### السؤال الرابع: (22 درجة)

انظر الشكل المجاور تجد قضيباً  $AB$  طوله  $2L$  يتحرك في المستوي  $OXY$  بحيث يتحرك طرفه  $A$  على المحور  $OX$  ويكون القضيب دوماً مماساً لقرص ثابت مركزه  $O$ . المطلوب:

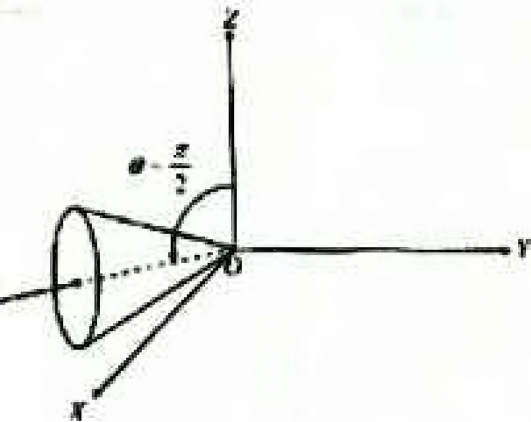
1. أكمل رسم الشكل وأوجد الوسطاء المستقلة الكافية لتحديد وضع القضيب.
2. أوجد سرعة مركز كتل القضيب بدلالة الوسطاء المستقلة ومشتقاتها.
3. أوجد إحداثيات المركز الآتي للدوران في  $R^2$  وفي  $R_3^2$ .
4. أوجد منحنى القاعدة ومنحنى المتدرج.



#### السؤال الخامس: (22 درجة)

انظر الشكل المجاور تجد جسماً صلباً يأخذ شكل مخروط يتحرك حول رأسه الأثبت  $O$ . بحيث تكون الزاوية بين الشاقول  $OZ$  ومحور تناظر المخروط تساوي  $\frac{\pi}{2}$ . المطلوب:

1. أكمل رسم الشكل بمتصل ولأوجد الوسطاء المستقلة الكافية لتحديد وضع المخروط.
2. أوجد سطح القاعدة و سطح المتدرج.
3. أوجد سرعة مركز قاعدة هذا الجسم بدلالة الوسطاء المستقلة ومشتقاتها الزمنية. حيث ارتفاع المخروط  $h$ .





سلم تصحيح امتحان مقرر ميكانيك 2  
الفصل الدراسي الأول 2017-2018  
الدرجة: 35  
السؤالين الأول والثاني فقط

د. وعد صافتي

جواب السؤال الأول: ( 8 درجة): 4 درجات لكل إجابة

$$I_c = \frac{147}{320} MR^2 \text{ (C) } .1$$

$$I_x = \frac{128}{320} MR^2(a) .2$$

جواب السؤال الثاني: ( 27 درجة)

$$I_o = \rho \int (x^2 + y^2) ds = \rho \left[ \int_0^a \int_0^{2a} x^2 dx dy + \int_0^a \int_0^{2a} y^2 dx dy \right] = \frac{5Ma^2}{3}$$

$$I_x = \rho \int y^2 ds = \rho \int_0^a \int_0^{2a} y^2 dx dy = \rho \int_0^a dx \int_0^{2a} y^2 dy = \rho a \frac{8a^3}{3} = \frac{Ma^2}{3}$$

$$I_y = \rho \int x^2 ds = \rho \int_0^a \int_0^{2a} x^2 dx dy = \rho \int_0^a x^2 dx \int_0^{2a} dy = \rho 2a \frac{a^3}{3} = \frac{4Ma^2}{3}$$

$$I_z = I_o = I_x + I_y = \frac{Ma^2}{3} + \frac{4Ma^2}{3} = \frac{5Ma^2}{3}$$

$$I_{xy} = 0, I_{xz} = I_x = \frac{Ma^2}{3}, I_{yz} = I_y = \frac{4Ma^2}{3}$$

$$P_{xy} = \rho \int xy ds = \rho \int_0^a \int_0^{2a} xy dx dy = \rho \int_0^a x dx \int_0^{2a} y dy = \frac{\rho a^2 4a^2}{4} = \frac{Ma^2}{2}$$

وبما أن الصفيحة واقعة في المستوى oxy فإن  $P_{xz} = P_{yz} = 0$

$$I_\Delta = \alpha^2 I_x + \beta^2 I_y + \gamma^2 I_z - 2\alpha\beta P_{xy} - 2\alpha\gamma P_{xz} - 2\gamma\beta P_{yz}$$

إن متجه الوحدة للمستقيم هو  $\vec{u} = \alpha \vec{i} + \beta \vec{j} = \cos \frac{\pi}{3} \vec{i} + \sin \frac{\pi}{3} \vec{j} = \frac{1}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j}$

$$\alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \gamma = 0$$

$$I_\Delta = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{Ma^2}{3} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \frac{4Ma^2}{3} - 2 \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \frac{Ma^2}{2} = \frac{(13 - 3\sqrt{3})}{12} Ma^2$$

د. وعد صافتي



